

## 小河川の流量測定

The Volumetric Flow Rate Measurement of Small Rivers

富山国際大学 地域研究交流センター 郷 龍夫、 本多 宗高  
群馬大学 工学部 加藤 邦夫

### 要旨

小水力発電の設置を検討する場合の小河川の流量測定において、河川には増水期や渇水期があることから、一回の測定が正確であるよりは、どの程度の変動があるかを知ることが必要であり、不正確であっても時期を変えて多数回行い、流況を得ることの方が重要である。そこで、簡単に測定する方法が求められる。最も簡単な方法は、最大流速、すなわち河川中央の表面流速で、平均流速を推定し流量を求める方法である。

そこで、小河川で一般的な矩形断面の水路における形状寸法を考慮した平均流速と最大流速の速度比の式を求めた。これより、最大流速すなわち河川中央の表面流速を測定することで、平均流速、すなわち流量を容易に求めることができる。

### Abstract

In the volumetric flow rate measurement of small rivers to examine the installations of small scale hydropower, it is more important to know to which extent the volume rate of flow changes in many seasons than to make one accurate flow measurement because there are flooded seasons and dry seasons in the river, so it is necessary to repeat the measurement many times while changing time even if it is inaccurate. Therefore, the easy method for the measurement is requested. The easiest way is to drive the volume rate of flow presuming the average velocity from the maximum velocity, that is, the surface velocity at the center of the river.

Then, we obtained the equations expressed the ratio of the average velocity to the maximum velocity considering the shape size of a general rectangular cross section in small rivers. Thus, the average velocity, that is, the volumetric flow rate can be

easily known by measuring the maximum velocity, just the surface velocity at the center of the river.

はじめに

自然エネルギーの利用において、小水力発電は、風力、太陽光などに比較して、安定的なエネルギー源としての利用が可能である。この小水力発電を検討する場合に、まず対象となる小河川の流量を測定しなければならない。河川には増水期や渇水期があり、最初に行わなければならない流量の測定は、一回の測定が正確であるよりは、目安として、どの程度の流量があり、どの程度の変動があるかを知ることが必要であり、不正確であっても時期を変えて多数回行い、流況を得ることの方が重要である。特に増水時の正確な多点測定は、小河川と言えどもかなりの危険を伴う。そこで、簡単に測定する方法が求められる。最も簡単な方法は、最大流速、すなわち河川中央の表面流速で、平均流速を推定し流量を求める方法である。

#### 水路形状と流速分布

簡単に水路断面形状がFigure 1で示されるような矩形とする。

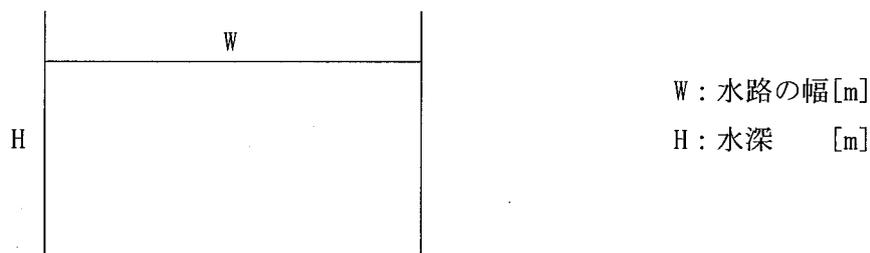


Fig.1 Cross section of channel

よく知られているように、流速分布は層流であるか乱流であるかによって異なる。ここでは、この判断の基準となるレイノルズ数 $Re[-]$ を、簡単に、2000以下を層流とし、4000以上を乱流とする。水路の場合も管路に準じてレイノルズ数 $Re$ を求めるものとする。すなわち、動水半径の4倍を水路の代表寸法として、レイノルズ数 $Re$ を求める。従って、

$$Re=4R\bar{U}\rho/\mu \quad (1)$$

ここで、 $R$  : 動水半径[m]=(水路断面積)/(浸辺長)

$\bar{U}$  : 平均流速[m/s]

$\rho$  : 水の密度[kg/m<sup>3</sup>]

$\mu$  : 水の粘度[kg/m・s]

なお、浸辺長は水路断面の水に接する周の長さである。

Figure 1に示す水路断面形状では、動水半径Rは以下となる。

$$R = (W \cdot H) / (2H + W) \tag{2}$$

1) 層流の流速分布

層流の場合には、水の接する水路壁面の粗度にかかわらず、流速分布は、円管路では次式で示される完全な放物面を呈するので、その平均流速 $\bar{U}$ は最大流速 $U_{max}$ の1/2になる。

この層流の流速分布をFigure 2に示す。

$$U = U_{max} \left( 1 - \frac{r}{r_0} \right)^2 \tag{3}$$

ここで、U : 流速[m/s]

$r_0$  : 円管路の半径[m]

r : 半径[m]

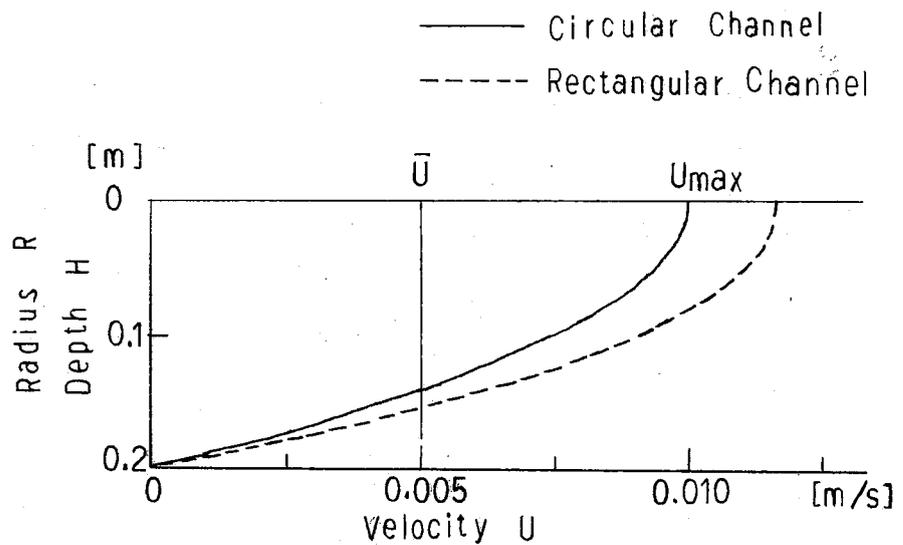


Fig.2 Velocity distributions of laminar flow

矩形断面では寸法比R/Wが1/4では、Figure 2で示される円管路と同じような放物面をほぼ呈するので、平均流速 $\bar{U}$ は最大流速 $U_{max}$ の1/2になると考えられる。

一方、水路の幅に比べ水深が極端に浅い場合、すなわち、R/Wが0に近いとき、または、実際の水路ではこのようなことはないが、水路の幅が極めて狭く水深が深い場合、すなわち、R/Wが1/2に近いときは、流速分布は放物筒を呈するので、平均流速 $\bar{U}$ は最大流速 $U_{max}$ の2/3になる。

すなわち

$$\frac{\bar{U}}{U_{max}} = \frac{1}{2} \quad \text{at} \quad \frac{R}{W} = \frac{1}{4} \tag{4}$$

$$\frac{\bar{U}}{U_{max}} = \frac{2}{3} \quad \text{at} \quad \frac{R}{W} = 0 \quad \text{or} \quad \frac{R}{W} = \frac{1}{2} \tag{5}$$

従って、矩形断面の水路では、層流の場合、平均流速 $\bar{U}$ と最大流速 $U_{max}$ の比 $\bar{U}/U_{max}$ は次式で近似できると考えられる。

$$\frac{\bar{U}}{U_{max}} = \frac{1}{2} + \frac{8}{3} \left( \frac{1}{4} - \frac{R}{W} \right)^2 \quad : \quad Re \leq 2000 \quad (6)$$

この速度比 $\bar{U}/U_{max}$ と寸法比 $R/W$ の関係をFigure 3に図示する。

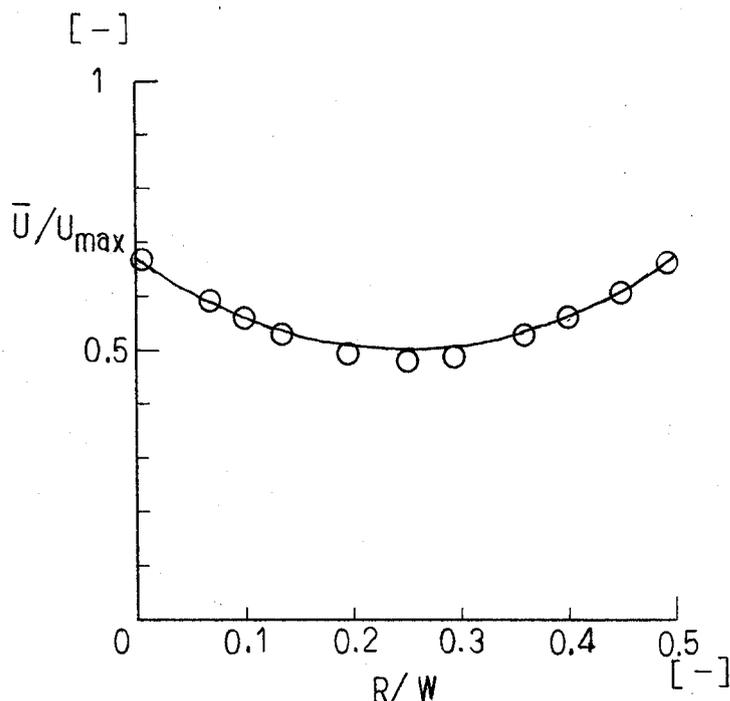


Fig. 3 Relation between velocity ratio  $\bar{U}/U_{max}$  and size ratio  $R/W$  for laminar flow

この矩形断面の水路の流速分布は、層流では、次式で表される。

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (7)$$

ここで、 $x$  : 水路中心から幅方向の距離[m]

$y$  : 水路表面からの深さ[m]

$z$  : 流れ方向の距離[m]

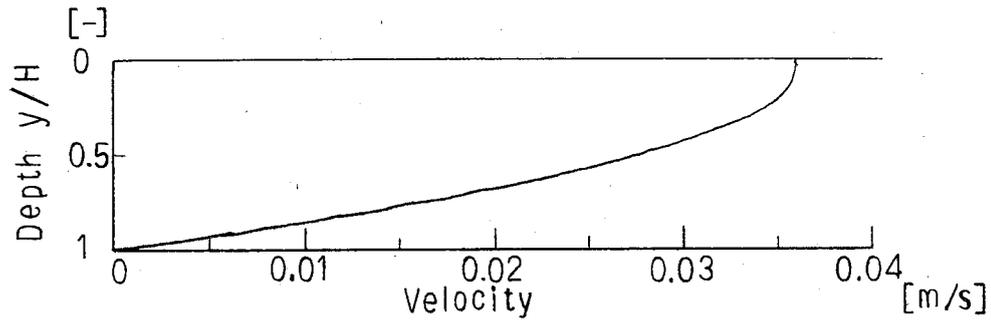
$p$  : 圧力[Pa]

これを一定の圧力勾配について数値計算で解けば、円管路の速度分布Eq. (3)に相当する矩形路における流速分布が得られる。

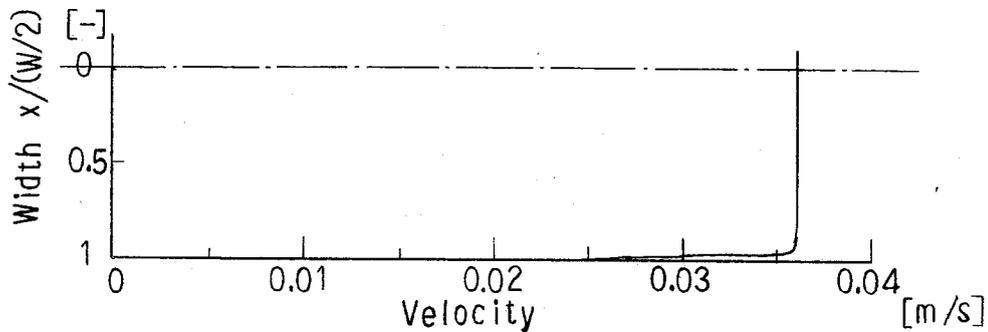
$R/W$ が1/4の矩形路について、その中央の流速分布を、同じ動水半径の円管路の流速分布と重ね合わせて、Figure 2に示す。

この寸法比の矩形路では、円管路より最大流速 $U_{max}$ は大きくなるが、その速度比 $\bar{U}/U_{max}$ は、およそ1/2となり、Eq. (4)に近似できる。

$R/W$ が0に近い扁平な矩形路、例えば $R/W$ が0.005の矩形路について、その深さ方向の流速分布と幅方向の表面流速の分布をFigure 4に示す。



Distribution for depth direction y



Distribution for width direction x

Fig.4 Velocity distributions of laminar flow in flat channel

この場合、流速分布は深さ方向 $y$ にのみ存在し、その速度比 $\bar{U}/U_{\max}$ は、およそ $2/3$ となり、Eq. (5)で近似できる。そして、表面流速は、壁の極近傍を除き、幅方向で一定なので、最大流速 $U_{\max}$ として流路の中央で計る必要はなく、このような幅が広く浅い水路の場合のみ、岸近くの表面流速の測定でよいことになり、都合がよい。

このように、寸法比 $R/W$ の幾つかについて速度比 $\bar{U}/U_{\max}$ を計算し、これを先のFigure 3にプロットすると、およそ一致することから、レイノルズ数 $Re$ が2000以下の層流については、平均流速 $\bar{U}$ と最大流速 $U_{\max}$ の比 $\bar{U}/U_{\max}$ は、Eq. (6)で近似してもよいことが分かる。

従って、層流においては、いかなる寸法比の矩形水路であろうと、最大流速 $U_{\max}$ すなわち河川中央の表面流速により、平均流速 $\bar{U}$ をEq. (6)により計算し、流量を求めることができる。

## 2) 乱流の流速分布

層流の流速分布は理論的に求められるが、乱流では実験的に求めるほかない。乱流の流速分布は、Figure 5に示すように比較的平らとなり、水路壁面の粗度の影響を受ける。

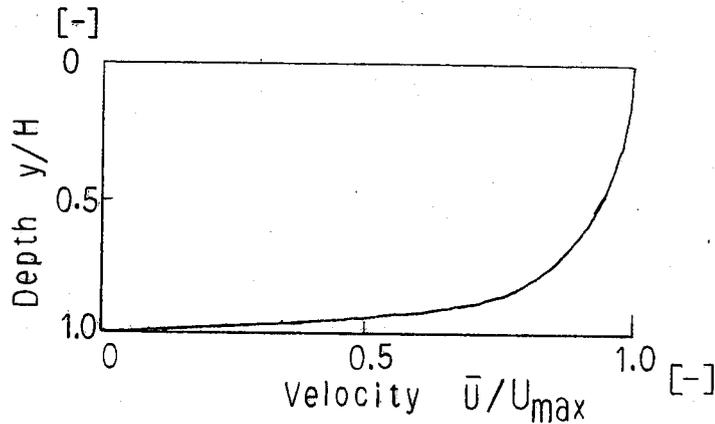


Fig.5 Velocity distribution of turbulent flow

この乱流の速度分布は、円管路では次式で近似されることが、よく知られている。また、この Eq. (8) より、平均流速 $\bar{U}$ と最大流速 $U_{max}$ の比 $\bar{U}/U_{max}$ が求められることも知られている。

$$U = U_{max} \left( 1 - \frac{r}{r_0} \right)^{1/n} \tag{8}$$

$$\frac{\bar{U}}{U_{max}} = \frac{2n^2}{(2n+1)(n+1)} \quad \text{at} \quad \frac{R}{W} = \frac{1}{4} \tag{9}$$

ここで、 $n$  : 乱流の速度分布を表す指数[-]

この $n$ は $Re$ や壁面の粗度によって異なる。

矩形路では寸法比 $R/W$ が $1/4$ では、円管路と同じような流速分布をほぼ呈するので、層流の場合に円管路の速度比に近似できたと同じく、速度比 $\bar{U}/U_{max}$ はEq. (9)で近似できる。

一方、水路の幅に比べ水深が極端に浅い場合、すなわち、 $R/W$ が $0$ に近いときは、Figure 4に示した層流の場合と同じく、幅方向に流速分布はなく、流速分布は深さ方向にのみ存在することになるので、Eq. (8)に対応する速度分布は次式で近似できると考えられる。

$$U = U_{max} \left( 1 - \frac{y}{H} \right)^{1/n} \quad \text{at} \quad \frac{R}{W} = 0 \tag{10}$$

この速度比 $\bar{U}/U_{max}$ を求めると次式で表せる。同様に、水路の幅が極めて狭く水深が深い場合についても次式で表せる。

$$\frac{\bar{U}}{U_{max}} = \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} \quad \text{at} \quad \frac{R}{W} = 0 \quad \text{or} \quad \frac{R}{W} = \frac{1}{2} \tag{11}$$

平滑管における $Re$ に対する $n$ の値が、化学工学便覧(改訂四版)に記載されているので、この値を用いて矩形路にも適用し、Eq. (9)およびEq. (11)より速度比 $\bar{U}/U_{max}$ を計算するとTable 1を得る。

						備考
Re	$4 \times 10^3$	$10^4 \sim 3 \times 10^4$	$1.2 \times 10^5$	$3.5 \times 10^5$	$3 \times 10^6$	
n	6	7	8	9	10	
$\bar{U}/U_{max}$	0.791	0.817	0.837	0.853	0.866	Eq.(9)

Table 1 Relation between Reynolds number Re and velocity ratio  $\bar{U}/U_{max}$  in smooth tube

これをFigure 6に図示する。

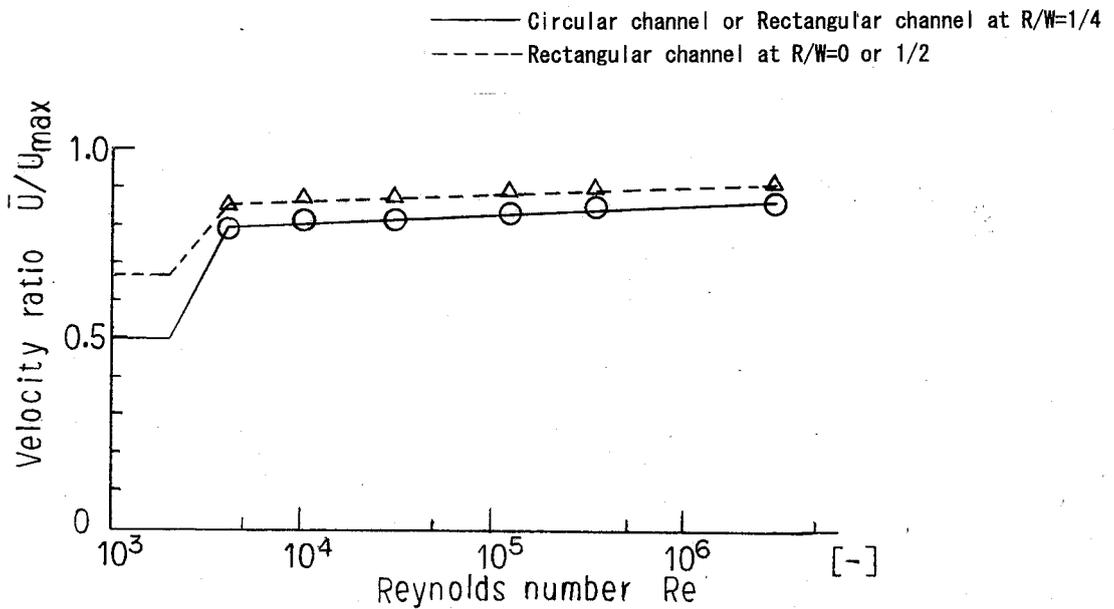


Fig. 6 Relation between Reynolds number Re and velocity ratio  $\bar{U}/U_{max}$  in smooth channel

これより、乱流域における平滑壁のReに対する速度比 $\bar{U}/U_{max}$ は、次式で示される。

$$\frac{\bar{U}}{U_{max}} = 0.026 \log Re + 0.70 \quad : \quad 4000 \leq Re \leq 3 \times 10^6 \quad \text{at} \quad \frac{R}{W} = \frac{1}{4} \quad (12)$$

$$\frac{\bar{U}}{U_{max}} = 0.018 \log Re + 0.79 \quad : \quad 4000 \leq Re \leq 3 \times 10^6 \quad \text{at} \quad \frac{R}{W} = 0 \quad \text{or} \quad \frac{R}{W} = \frac{1}{2} \quad (13)$$

ここで、矩形路では、層流の場合、速度比 $\bar{U}/U_{max}$ と寸法比R/Wの関係をEq. (6)で近似したが、それに対応して、乱流についても同じ考え方を適用すれば、次式で表すことができる。

$$\frac{\bar{U}}{U_{max}} = 0.026 \log Re + 0.70 + (-0.13 \log Re + 1.5) \left( \frac{1}{4} - \frac{R}{W} \right)^2 \quad : \quad 4000 \leq Re \leq 3 \times 10^6 \quad (14)$$

Reが2000から4000の遷移流については、Figure 6において、層流と乱流の対応する寸法比R/Wについて、簡単に直線で補間する。

乱流においては、流速分布は壁面の粗度の影響を受ける。この粗度の流速分布への影響は、粗度とReに対するnの値が、化学工学便覧(改訂四版)に記載されているので、この値を用いて矩形路にも適用する。

まず、粗面管におけるnの値より、Eq. (9)を用いて、粗面管における速度比 $(\bar{U}/U_{max})_{粗面}$ を求める。これに対応する平滑面での速度比 $(\bar{U}/U_{max})_{平滑面}$ は、既に得ている平滑面のReに対する速度比 $\bar{U}/U_{max}$ の式Eq. (12)で求めることができる。これらの速度比の比を取れば、粗度の影響の度合が分かる。これらを計算して、Table 2に示す。

ここで、e : 壁の粗度[m]

D : 管径 [m]

							備考
e/D	$9.85 \times 10^{-4}$	$1.98 \times 10^{-3}$	$3.97 \times 10^{-3}$	$8.34 \times 10^{-3}$	$1.25 \times 10^{-2}$	$3.33 \times 10^{-2}$	
Re	$9.7 \times 10^5$	$6.2 \times 10^5$	$9.6 \times 10^5$	$6.8 \times 10^5$	$6.4 \times 10^5$	$4.3 \times 10^5$	
n	7.5	6.8	6.25	5.5	4.8	4.2	
$(\bar{U}/U_{max})_{粗面}$	0.827	0.812	0.798	0.776	0.750	0.722	Eq.(9)
$(\bar{U}/U_{max})_{平滑面}$	0.856	0.851	0.856	0.852	0.851	0.846	Eq.(12)
$\frac{(\bar{U}/U_{max})_{粗面}}{(\bar{U}/U_{max})_{平滑面}}$	0.966	0.954	0.932	0.911	0.881	0.853	

Table 2 Influence of roughness e on velocity ratio  $\bar{U}/U_{max}$

これをFigure 7に図示する。

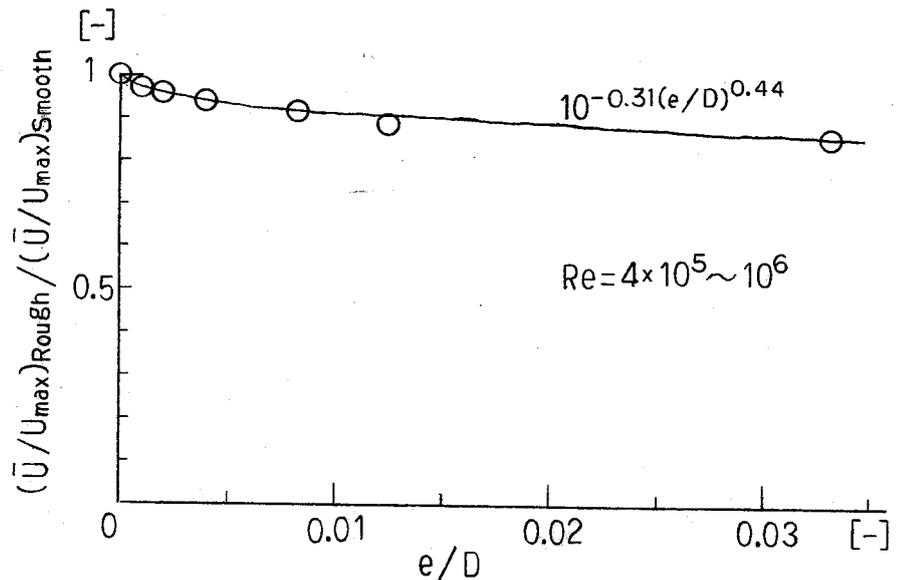


Fig.7 Influence of roughness e on velocity ratio  $\bar{U}/U_{max}$

これより、粗度の速度比 $\bar{U}/U_{max}$ に及ぼす影響は次式で近似する。ここで、矩形路にも適用するために、動水半径Rを用いて表した。

$$\frac{(\bar{U}/U_{max})_{粗面}}{(\bar{U}/U_{max})_{平滑面}} = 10^a \quad \text{ここで、} \quad a = -0.17 \left( \frac{e}{R} \right)^{0.44} \quad (15)$$

このEq. (15)とEq. (14)より、粗度を考慮した速度比 $\bar{U}/U_{\max}$ の式を得る。

$$\frac{\bar{U}}{U_{\max}} = \left[ 0.026 \log Re + 0.70 + (-0.13 \log Re + 1.5) \left( \frac{1}{4} - \frac{R}{W} \right)^2 \right] * 10^a \quad : \quad 4000 \leq Re \leq 3 * 10^6 \quad (16)$$

ここで、

$$a = -0.17 \left( \frac{e}{R} \right)^{0.44}$$

これより、濁水期に水路壁面の粗度を測定しておけば、その影響を反映した流量を求めることができる。

#### まとめ

矩形断面の水路における形状寸法を考慮した平均流速 $\bar{U}$ と最大流速 $U_{\max}$ の速度比 $\bar{U}/U_{\max}$ の式を求めた。これより、最大流速 $U_{\max}$ 、すなわち河川中央の表面流速を測定することで、平均流速 $\bar{U}$ 、すなわち、流量を求めることができる。

$$\frac{\bar{U}}{U_{\max}} = \frac{1}{2} + \frac{8}{3} \left( \frac{1}{4} - \frac{R}{W} \right)^2 \quad : \quad Re \leq 2000 \quad (6)$$

$$\frac{\bar{U}}{U_{\max}} = \left[ 0.97 \log Re - 2.7 + (-5.4 \log Re + 21) \left( \frac{1}{4} - \frac{R}{W} \right)^2 \right] * 10^b \quad : \quad 2000 < Re < 4000 \quad (17)$$

ここで、

$$b = -0.17 \left( \frac{e}{R} \right)^{0.44} (0.0005 Re - 1)$$

$$\frac{\bar{U}}{U_{\max}} = \left[ 0.026 \log Re + 0.70 + (-0.13 \log Re + 1.5) \left( \frac{1}{4} - \frac{R}{W} \right)^2 \right] * 10^a \quad : \quad 4000 \leq Re \leq 3 * 10^6 \quad (18)$$

ここで、

$$a = -0.17 \left( \frac{e}{R} \right)^{0.44}$$

#### Literature Cited

The Society of Chemical Engineers, Japan; Chemical Engineers' Handbook 4th Edition, p.117, Maruzen Co.,Ltd. (1984)

#### 謝辞

本研究は、財団法人富山第一銀行奨学財団の研究助成で行いました。ここに謝意を表します。